Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski
Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3001, 3005
Tel.: 2956, 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
{kreo,kuske}@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

15. Juni 2009
Aufgaben 5

Theoretische Informatik 2

5. Übungsblatt

1. Sei $G = (N, \{a, b\}, P, S)$ die kontextfreie Grammatik mit den nichtterminalen Zeichen $N = \{S, A, B, C, D, E, F, G\}$ und den Regeln

$$\begin{aligned}
S &::= a \mid b \mid DB \mid BF, \\
A &::= a \mid BF \mid BC, \\
B &::= a, \\
C &::= b, \\
D &::= CE, \\
E &::= b \mid DB \mid CB, \\
F &::= AC, \\
G &::= EC \mid GA \mid AG.
\end{aligned}$$

   Teste mit dem Cocke-Kasami-Younger-Algorithmus, ob die Wörter a^3b^2 und b^3a in $L(G)$ sind. Konstruiere dafür die entsprechenden Zellenpyramiden. (20%)

2. Sei $G = (N, T, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Für $i \in \mathbb{N}$ sei die Menge M_i wie folgt definiert:

   - $M_0 = \emptyset$,
   - $M_{i+1} = M_i \cup \{A \in N \mid (A ::= u) \in P, u \in (M_i \cup T)^*\}$.

   Es kann leicht gezeigt werden, dass eine Zahl $k \leq |N|$ existiert, so dass $M_k = M_{k+j}$ für alle $j \in \mathbb{N}$ gilt. Dabei bezeichnet $|N|$ die Anzahl der Zeichen in N.

   Zeige, dass für alle $i \in \mathbb{N}$ die folgenden Behauptungen gelten:

   (a) $A \in M_i \Longrightarrow A \xrightarrow[P]{*} w$ für ein $w \in T^*$ (20%)

   (b) $A \xrightarrow[P]{i} w$ mit $w \in T^* \Longrightarrow A \in M_k$. (Hinweis: Benutze das Kontextfreiheitslemma aus dem Skript für Theoretische Informatik 1.) (20%)

3. Ist das Leerheitsproblem für kontextfreie Sprachen entscheidbar? Begründe Deine Antwort. (10%)

4. (a) Entwirf eine Turingmaschine, welche die Funktion $count_a\colon \{a,b\}^* \to \{1\}^*$ mit $length(count_a(w)) = count(a,w)$ berechnet. (15%)

   (b) Entwirf eine Turingmaschine, welche die Sprache $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ erkennt. (15%)

   Die Turingmaschinen sollen als Zustandsgraphen angegeben und erläutert werden.

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Zeit zwischen dem 30.06. und dem 06.07.09 in den Tutorien abzugeben.