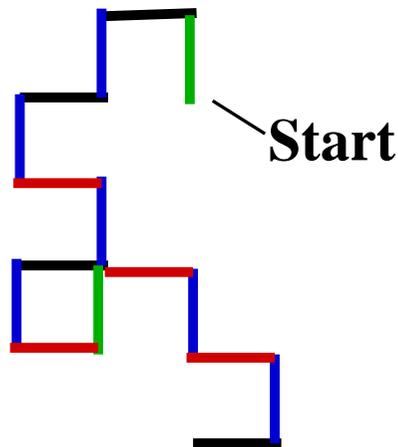


Formale Beschreibung der Drachenkurve

- ▶ **Alphabet:** $Comp = \{N, O, S, W\}$
- ▶ sogenannte Kettencodes zur Beschreibung der Liniensequenzen: $u \in Comp^*$
- ▶ z.B. $NW\ SW\ SO\ SW\ SO\ NO\ SO\ SO\ SW$



dragoncurve

opns: $dc: \mathbb{N} \rightarrow \text{Comp}^*$
 $ctb: \text{Comp}^* \rightarrow \text{Comp}^*$

vars: $n \in \mathbb{N}$
 $u \in \text{Comp}^*$

Name der Spezifikation

Deklaration von Operationen
(Name, Argument- und
Wertebereiche)

Deklaration von Variablen
(Name, Typ)

eqns: $dc(0) = N$
 $dc(n + 1) = ctb(dc(n))$
 $ctb(\lambda) = \lambda$
 $ctb(Nu) = Nctb(u)W$
 $ctb(Ou) = Octb(u)N$
 $ctb(Su) = Sctb(u)O$
 $ctb(Wu) = Wctb(u)S$

Definition der Operationen
durch Gleichungen;
Festlegung des Effekts
von einzelnen Rechen-
schritten mit Rekursion
über den induktiven
Aufbau natürlicher
Zahlen und Zeichenketten

Auswertung (Beispiel)

$$\begin{aligned}dc(3) &= ctb(dc(2)) = ctb(ctb(dc(1))) = ctb(ctb(ctb(dc(0)))) \\ &= ctb(ctb(ctb(N))) = ctb(ctb(Nctb(\lambda)W)) = ctb(ctb(NW)) \\ &= ctb(Nctb(W)W) = ctb(NWctb(\lambda)SW) = ctb(NW SW) \\ &= Nctb(W SW)W = NWctb(SW)SW \\ &= NWSctb(W)OSW = NWSWctb(\lambda)SOSW \\ &= NWSWSOSW\end{aligned}$$

Aufwand: 14 Gleichungsanwendungen

Lehr- und Lernziel

Ermittlung des Zeitaufwands bei der Auswertung von Operationen auf Zeichenketten

Wesentliche Elemente zur Ermittlung des Aufwands von Algorithmen

- ▶ Modellierung von Algorithmen
- ▶ einschließlich ihrer Berechnung (Ausführung)
- ▶ Quantitative Erfassung als Zahlen der Berechnungsschritte
- ▶ Nachweisbarkeit der dafür erforderlichen Eigenschaften
- ▶ Geeigneter Ansatz: **CE-S**

CE-S (Conditional Equations on Strings)

- ▶ Algorithmenmodellierungssprache
- ▶ Algorithmen als Operationen mit Argument- und Wertebereichen
- ▶ Modellierung (Spezifikation, Definition) durch bedingte Gleichungen

Beispiel

dragoncurve

opns: $dc: \mathbb{N} \rightarrow Comp$

$ctb: Comp^* \rightarrow Comp^*$

vars: $n \in \mathbb{N} \ u \in Comp^*$

eqns: $dc(0) = N$

$dc(n + 1) = ctb(dc(n))$

$ctb(\lambda) = \lambda$

$ctb(Nu) = Nctb(u)W$

$ctb(Ou) = Octb(u)N$

$ctb(Su) = Sctb(u)O$

$ctb(Wu) = Wctb(u)S$

Syntaxschema

spec

opns: $decl_1, \dots, decl_k$

vars: tv_1, \dots, tv_p

eqns: ce_1, \dots, ce_l

Name

Operationsdeklarationen

Variablendeklarationen

Bedingte Gleichungen

Operationsdeklaration

$$f : D_1 \times \dots \times D_m \rightarrow D$$

- f : Name
- D_1, \dots, D_m : Argumenttypen
- D : Wertetyp

Spezialfall Konstantendeklaration: $c : \rightarrow D$

Beispiele

- $count : A \times A^* \rightarrow \mathbb{N}$
- $5 : \rightarrow \mathbb{N}$

Variablendeklaration

$$x \in D$$

- x : Name
- D : Typ

Beispiel

$$x \in A^*$$

Bedingte Gleichung

$$L = R \text{ falls } b$$

- L, R : Terme desselben Typs
- b : Term vom Typ *BOOL*

Term

Sei $DECL$ eine Menge von Operationsdeklarationen und X eine Menge von Variablendeklarationen.

Menge T_D aller Terme des Typs D

1. $(c: \rightarrow D) \in DECL$ impliziert $c \in T_D$;
2. $(x \in D) \in X$ impliziert $x \in T_D$;
3. $(f: D_1 \times \dots \times D_k \rightarrow D) \in DECL$ und $t_i \in T_{D_i}$ für $i = 1, \dots, k$ implizieren $f(t_1, \dots, t_k) \in T_D$.

CE-S- Datentypen

Typen	Grundoperationen
Wahrheitswerte $BOOL$	$T, F: \rightarrow BOOL$ $\neg: BOOL \rightarrow BOOL$ $\wedge, \vee, \dots: BOOL \times BOOL$ $\rightarrow BOOL$
Natürliche und ganze Zahlen \mathbb{N}, \mathbb{Z}	übliche Konstanten, arithm. Operationen und Vergleiche
Alphabete A, B, \dots	Elemente $a: \rightarrow A, \dots$ $\equiv: A \times A \rightarrow BOOL$
Sprachen $A^*, B^*, \dots, \mathbb{N}^*, \dots, (A^*)^*, \dots$	λ , Konkatenation, $length$, \equiv, \dots

Wertzuweisung und Substitution

Variablen sind Platzhalter für Terme desselben Typs

Wertzuweisung: $a(x) \in T_D$ für alle $(x \in D) \in X$

Substitution (von x durch $a(x)$ in Term)

1. $c[a] = c$ für $(c: \rightarrow D) \in DECL$
2. $x[a] = a(x)$ für $(x \in D) \in X$
3. $f(t_1, \dots, t_k)[a] = f(t_1[a], \dots, t_k[a])$ für
 $(f: D_1 \times \dots \times D_k \rightarrow D) \in DECL$, $t_i \in T_{D_i}$,
 $i = 1, \dots, k$