Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3005
Tel.: 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: kuske@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

07. April 2008
Aufgaben 1

Theoretische Informatik 2

1. Übungsblatt

1. Ein *Postsches Korrespondenzproblem* ist eine Zeichenkette der Form

$$--u_1-\cdots-u_k--v_1-\cdots-v_k--,$$

wobei u_i und v_i für $i = 1, \ldots, k$ selbst Zeichenketten sind, in denen der Bindestrich nicht vorkommt. Eine Indexfolge $i_1 \cdots i_n$ mit $n \geq 1$ und $1 \leq i_j \leq k$ für $j = 1, \ldots, n$ bildet eine *Lösung*, falls $u_{i_1}u_{i_2}\cdots u_{i_n} = v_{i_1}v_{i_2}\cdots v_{i_n}$.

Betrachte das folgende Postsche Korrespondenzproblem:

$$\begin{array}{llllllllllllllllll}
-- & u & - & cid & - & und & - & bl & - & e & - & em & - & \lambda & - & abl & - & pro \\
-- & un & - & ndec & - & u & - & ro & - & \lambda & - & m & - & ble & - & ida & - & p \\
--. & & & & & & & & & & & & & & & & &
\end{array}$$

Gib alle Lösungen bis zur Länge 10 an. (20%)

2. Im folgenden ist die Operation *permute* spezifiziert, welche als Eingabe ein beliebiges Wort über einem Alphabet A erhält und ein Wort über A^* ausgibt, d.h. *permute*: $A^* \to (A^*)^*$. Dabei bezeichne Λ das leere Wort in $(A^*)^*$, $\circ$ die Konkatenation von Wörtern aus $(A^*)^*$ und $LENGTH(V)$ die Länge von V für alle $V \in (A^*)^*$.

permute

opns: $permute\colon A^* \to (A^*)^*$, $insert_1, add\colon A \times (A^*)^* \to (A^*)^*$,
$insert_2\colon A \times A^* \to (A^*)^*$

vars: $x, y \in A$, $v, Y \in A^*$, $V \in (A^*)^*$

eqns:
$permute(\lambda) = \lambda$
$permute(xv) = insert_1(x, permute(v))$
$insert_1(x, \Lambda) = \Lambda$
$insert_1(x, Y \circ V) = insert_2(x, Y) \circ insert_1(x, V)$
$insert_2(x, \lambda) = x$
$insert_2(x, yv) = xyv \circ add(y, insert_2(x, v))$
$add(x, \Lambda) = \Lambda$
$add(x, Y \circ V) = xY \circ add(x, V)$

Beachte, dass λ und x in $(A^*)^*$ Wörter der Länge 1 sind. Somit liefern $permute(\lambda)$ und $insert_2(x, \lambda)$ Wörter in $(A^*)^*$ der Länge 1. Beachte auch, dass für eine korrekte Lösung der folgenden Aufgaben die saubere Auseinanderhaltung von A^* und $(A^*)^*$ notwendig ist.

Beweise die folgenden vier Behauptungen:

(a) $LENGTH(add(x, V)) = LENGTH(V)$ für alle $x \in A$, $V \in (A^*)^*$. (10%)

(b) $LENGTH(insert_2(x, v)) = length(v) + 1$ für alle $x \in A$, $v \in A^*$. (15%)

(c) $LENGTH(insert_1(x, V)) = (n+1) \cdot LENGTH(V)$ für alle $x \in A$, $V \in (A^*)^*$, $n \in \mathbb{N}$, falls alle Einträge von V die Länge n haben (d.h. $V = v_1 \circ v_2 \circ \cdots \circ v_{LENGTH(V)}$ mit $length(v_i) = n$ für $i = 1, \ldots, LENGTH(V)$). (20%)

(d) $LENGTH(permute(v)) = length(v)!$ für alle $v \in A^*$. Hierbei darf vorausgesetzt werden, das jeder Eintrag von $permute(v)$ die Länge $length(v)$ hat. (15%)

3. (a) Spezifiziere in CE-S die Funktion $getsymbol \colon \mathbb{N} \times A^* \to A \cup \{\text{nicht vorhanden}\}$, so dass $getsymbol(n, u)$ das n-te Symbol von u ausgibt. Beispielsweise ergibt $getsymbol(2, abcd)$ das Symbol b. Falls $n = 0$ ist oder größer als die Länge von u, soll der Text "nicht vorhanden" ausgegeben werden. (15%)

   (b) Werte $getsymbol(3, abab)$, $getsymbol(3, ab)$ und $getsymbol(0, abcd)$ aus. (5%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 28.04.07 abzugeben.