

Theoretische Informatik 2

1. Übungsblatt

1. Ein *Postsches Korrespondenzproblem* ist eine Zeichenkette der Form

$$-u_1-\dots-u_k-v_1-\dots-v_k-$$

wobei u_i und v_i für $i = 1, \dots, k$ selbst Zeichenketten sind, in denen der Bindestrich nicht vorkommt. Eine Indexfolge $i_1 \dots i_n$ mit $n \geq 1$ und $1 \leq i_j \leq k$ für $j = 1, \dots, n$ bildet eine *Lösung*, falls $u_{i_1}u_{i_2} \dots u_{i_n} = v_{i_1}v_{i_2} \dots v_{i_n}$.

Betrachte das folgende Postsche Korrespondenzproblem:

```
-- u   - cid   - und   - bl   - e   - em   - λ   - abl   - pro
-- un  - ndec  - u     - ro   - λ   - m   - ble  - ida  - p
--.
```

Gib alle Lösungen bis zur Länge 10 an. (20%)

2. Im folgenden ist die Operation *permute* spezifiziert, welche als Eingabe ein beliebiges Wort über einem Alphabet A erhält und ein Wort über A^* ausgibt, d.h. $permute: A^* \rightarrow (A^*)^*$. Dabei bezeichne Λ das leere Wort in $(A^*)^*$, \circ die Konkatination von Wörtern aus $(A^*)^*$ und $LENGTH(V)$ die Länge von V für alle $V \in (A^*)^*$.

permute

opns: $permute: A^* \rightarrow (A^*)^*$, $insert_1, add: A \times (A^*)^* \rightarrow (A^*)^*$,

$insert_2: A \times A^* \rightarrow (A^*)^*$

vars: $x, y \in A$, $v, Y \in A^*$, $V \in (A^*)^*$

eqns: $permute(\lambda) = \lambda$

$permute(xv) = insert_1(x, permute(v))$

$insert_1(x, \Lambda) = \Lambda$

$insert_1(x, Y \circ V) = insert_2(x, Y) \circ insert_1(x, V)$

$insert_2(x, \lambda) = x$

$insert_2(x, yv) = xyv \circ add(y, insert_2(x, v))$

$add(x, \Lambda) = \Lambda$

$add(x, Y \circ V) = xY \circ add(x, V)$

Beachte, dass λ und x in $(A^*)^*$ Wörter der Länge 1 sind. Somit liefern $permute(\lambda)$ und $insert_2(x, \lambda)$ Wörter in $(A^*)^*$ der Länge 1. Beachte auch, dass für eine korrekte Lösung der folgenden Aufgaben die saubere Auseinanderhaltung von A^* und $(A^*)^*$ notwendig ist.

Beweise die folgenden vier Behauptungen:

(a) $LENGTH(add(x, V)) = LENGTH(V)$ für alle $x \in A, V \in (A^*)^*$. (10%)

(b) $LENGTH(insert_2(x, v)) = length(v) + 1$ für alle $x \in A, v \in A^*$. (15%)

(c) $LENGTH(insert_1(x, V)) = (n+1) \cdot LENGTH(V)$ für alle $x \in A, V \in (A^*)^*$, $n \in \mathbb{N}$, falls alle Einträge von V die Länge n haben (d.h. $V = v_1 \circ v_2 \circ \dots \circ v_{LENGTH(V)}$ mit $length(v_i) = n$ für $i = 1, \dots, LENGTH(V)$). (20%)

(d) $LENGTH(permute(v)) = length(v)!$ für alle $v \in A^*$. Hierbei darf vorausgesetzt werden, dass jeder Eintrag von $permute(v)$ die Länge $length(v)$ hat. (15%)

3. (a) Spezifiziere in CE-S die Funktion $getsymbol: \mathbb{N} \times A^* \rightarrow A \cup \{\text{nicht vorhanden}\}$, so dass $getsymbol(n, u)$ das n -te Symbol von u ausgibt. Beispielsweise ergibt $getsymbol(2, abcd)$ das Symbol b . Falls $n = 0$ ist oder größer als die Länge von u , soll der Text "nicht vorhanden" ausgegeben werden. (15%)

(b) Werte $getsymbol(3, abab)$, $getsymbol(3, ab)$ und $getsymbol(0, abcd)$ aus. (5%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 28.04.07 abzugeben.