Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3005
Tel.: 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: kuske@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

11. Juni 2007
Aufgaben 4

Theoretische Informatik 2

4. Übungsblatt

1. Zeige, dass die Reduktion von *DHAM* auf *HAM* (siehe Vorlesungsfolien oder z.B. [HMU02] aus den Literaturhinweisen im Skript) nicht funktioniert, falls jeder Knoten nur durch 2 statt durch 3 Knoten ersetzt wird. (15%)

2. Das Problem *PARTITION* ist NP-vollständig und dreht sich um die Frage, ob eine Anzahl von Gegenständen in zwei gleich "große" Hälften aufgeteilt werden kann. Formal bedeutet das Folgendes: Die Eingabe von *PARTITION* ist eine Sequenz $a_1, \ldots, a_n$ mit $a_i \in \mathbb{N}$ für $i = 1, \ldots, n$ und $n \geq 1$. Die Ausgabe ist *True* genau dann, wenn eine Teilmenge $I \subseteq \{1, \ldots, n\}$ existiert, so dass gilt:

$$\sum_{i \in I} a_i = \sum_{i \notin I} a_i.$$

Ein ähnliches Problem ist *BUCKETPACK*, das eine Anzahl von Gegenständen auf k gleich große Behälter verteilt, so dass kein Behälter überläuft. Formal ausgedrückt besteht die Eingabe von *BUCKETPACK* aus einer Sequenz $a_1, \ldots, a_n$ mit $a_i \in \mathbb{N}$ für $i = 1, \ldots, n$ und $n > 0$, einer natürlichen Zahl $k > 1$ und einer Zahl $b \in \mathbb{N}$ (Größe der Behälter). Die Ausgabe ist genau dann *True*, wenn es eine Abbildung $\mathit{pack}\colon \{1, \ldots, n\} \to \{1, \ldots, k\}$ gibt, so dass für $i = 1, \ldots, k$

$$\sum_{j \in \mathit{content}(i)} a_j \leq b$$

ist, wobei $\mathit{content}(i) = \{j \in \{1, \ldots, n\} \mid \mathit{pack}(j) = i\}$.

   (a) Reduziere *PARTITION* auf *BUCKETPACK*, so dass die Reduktion höchstens polynomiellen Zeitaufwand hat. (15%)

   (b) Begründe warum für Deine Reduktion in a) gilt:

$$\begin{aligned} & \mathit{PARTITION}(a_1, \ldots, a_n) = \mathit{True} \\ \iff\; & \mathit{BUCKETPACK}(\mathit{red}(a_1, \ldots, a_n)) = \mathit{True}. \end{aligned}$$

   Dabei bezeichnet $\mathit{red}(a_1, \ldots, a_n)$ die übersetzte Eingabe von *PARTITION*. (5%)

3. Welche Sprache wird von der Grammatik G_{riddle} erzeugt, die folgende Produktionen besitzt:

$$\begin{aligned} & S ::= AaBD,\;\; aB ::= Baa,\;\; AB ::= AC, \\ & Ca ::= aC,\;\; CD ::= BD,\;\; A ::= \lambda,\;\; BD ::= \lambda. \end{aligned}$$

Dabei ist a das einzige terminale Zeichen und S das Startsymbol. (15%)

4. Entwirf eine Grammatik für die Sprache

$$\mathit{TWIN} = \{w\,w \mid w \in \{a, b\}^*, w \neq \lambda\}.$$

(20%)

5. Für eine kontextfreie Grammatik $G = (N, T, P, S)$ heißt eine Regel $(A ::= w) \in P$ *wohlgeformt*, falls $w \in T$ oder $w \in N^*$ mit $\mathit{length}(w) \geq 2$. Falls für jedes $(A ::= w) \in P$ gilt $w \in T$ oder $w \in N^2$, ist G in *Chomsky-Normalform*.

   (a) Konstruiere aus einer kontextfreien Grammatik $G = (N, T, P, S)$ mit ausschließlich wohlgeformten Regeln eine kontextfreie Grammatik G' in Chomsky-Normalform, derart dass $L(G') = L(G)$. (20%)

   (b) Veranschauliche deine Konstruktion an der Grammatik $(\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den Regeln $S ::= a \mid ACC \mid BCDD$, $A ::= a \mid AAC \mid SB$, $B ::= b \mid DBA \mid AB$, $C ::= b$, $D ::= a$. (10%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 25.06.07 in den Tutorien abzugeben.