

Theoretische Informatik 2

4. Übungsblatt

1. Zeige, dass die Reduktion von *DHAM* auf *HAM* (siehe Vorlesungsfolien oder z.B. [HMU02] aus den Literaturhinweisen im Skript) nicht funktioniert, falls jeder Knoten nur durch 2 statt durch 3 Knoten ersetzt wird. (15%)

2. Das Problem *PARTITION* ist NP-vollständig und dreht sich um die Frage, ob eine Anzahl von Gegenständen in zwei gleich "große" Hälften aufgeteilt werden kann. Formal bedeutet das Folgendes: Die Eingabe von *PARTITION* ist eine Sequenz a_1, \dots, a_n mit $a_i \in \mathbb{N}$ für $i = 1, \dots, n$ und $n \geq 1$. Die Ausgabe ist *True* genau dann, wenn eine Teilmenge $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ existiert, so dass gilt:

$$\sum_{i \in I} a_i = \sum_{i \notin I} a_i.$$

Ein ähnliches Problem ist *BUCKETPACK*, das eine Anzahl von Gegenständen auf k gleich große Behälter verteilt, so dass kein Behälter überläuft. Formal ausgedrückt besteht die Eingabe von *BUCKETPACK* aus einer Sequenz a_1, \dots, a_n mit $a_i \in \mathbb{N}$ für $i = 1, \dots, n$ und $n > 0$, einer natürlichen Zahl $k > 1$ und einer Zahl $b \in \mathbb{N}$ (Größe der Behälter). Die Ausgabe ist genau dann *True*, wenn es eine Abbildung $pack: \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, k\}$ gibt, so dass für $i = 1, \dots, k$

$$\sum_{j \in content(i)} a_j \leq b$$

ist, wobei $content(i) = \{j \in \{1, \dots, n\} \mid pack(j) = i\}$.

- (a) Reduziere *PARTITION* auf *BUCKETPACK*, so dass die Reduktion höchstens polynomiellen Zeitaufwand hat. (15%)
 (b) Begründe warum für Deine Reduktion in a) gilt:

$$\begin{aligned} &PARTITION(a_1, \dots, a_n) = True \\ \iff &BUCKETPACK(red(a_1, \dots, a_n)) = True. \end{aligned}$$

Dabei bezeichnet $red(a_1, \dots, a_n)$ die übersetzte Eingabe von *PARTITION*. (5%)

3. Welche Sprache wird von der Grammatik G_{riddle} erzeugt, die folgende Produktionen besitzt:

$$\begin{aligned} S &::= AaBD, \quad aB ::= Baa, \quad AB ::= AC, \\ Ca &::= aC, \quad CD ::= BD, \quad A ::= \lambda, \quad BD ::= \lambda. \end{aligned}$$

Dabei ist a das einzige terminale Zeichen und S das Startsymbol. (15%)

4. Entwirf eine Grammatik für die Sprache

$$TWIN = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*, w \neq \lambda\}.$$

(20%)

5. Für eine kontextfreie Grammatik $G = (N, T, P, S)$ heißt eine Regel $(A ::= w) \in P$ wohlgeformt, falls $w \in T$ oder $w \in N^*$ mit $length(w) \geq 2$. Falls für jedes $(A ::= w) \in P$ gilt $w \in T$ oder $w \in N^2$, ist G in *Chomsky-Normalform*.

- (a) Konstruiere aus einer kontextfreien Grammatik $G = (N, T, P, S)$ mit ausschließlich wohlgeformten Regeln eine kontextfreie Grammatik G' in Chomsky-Normalform, derart dass $L(G') = L(G)$. (20%)
 (b) Veranschauliche deine Konstruktion an der Grammatik $(\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den Regeln $S ::= a \mid ACC \mid BCDD, A ::= a \mid AAC \mid SB, B ::= b \mid DBA \mid AB, C ::= b, D ::= a$. (10%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 25.06.07 in den Tutorien abzugeben.