

## Theoretische Informatik 2

### 2. Übungsblatt

1. Betrachte folgende Spezifikation für  $A = \{0, 1\}$ :

#### ex&mir

opns:  $ex, mirex: A^* \rightarrow A^*$

$mir: A^* \times A^* \rightarrow A^*$

vars:  $u, v, w \in A^*$

eqns:  $ex(\lambda) = \lambda$              $mir(\lambda, v) = v$   
 $ex(0u) = 1ex(u)$      $mir(0u, v) = 0mir(u, 0v)$   
 $ex(1u) = 0ex(u)$      $mir(1u, v) = 1mir(u, 1v)$   
 $mirex(w) = mir(ex(w), \lambda)$

- (a) Beweise  $length(ex(w)) = length(w)$  für alle  $w \in A^*$ . (10%)  
 (b) Gib  $T^{mir}(n, m)$  als arithmetischen Ausdruck an, und beweise deine Behauptung. (15%)  
 (c) Gib  $T^{mirex}(n)$  als arithmetischen Ausdruck an, und beweise deine Behauptung. (15%)  
 (d) Suche für  $mirex$  eine Spezifikation, die etwa doppelt so schnell ist. (10%)

2. Die Operation *shuffle* sei durch folgende Spezifikation gegeben:

#### shuffle

opns:  $shuffle: A^* \times A^* \rightarrow A^*$

vars:  $x, y \in A, u, v \in A^*$

eqns:  $shuffle(\lambda, v) = v$   
 $shuffle(u, \lambda) = u$   
 $shuffle(xu, yv) = xy shuffle(u, v)$

Gib  $T^{shuffle}(m, n)$  als arithmetischen Ausdruck an, und beweise deine Behauptung. (20%)

3. Betrachte die folgende Spezifikation des Sortierens mittels Quicksort:

#### quicksort

opns:  $qsort: A^* \rightarrow A^*$ ,  $filter: A \times A^* \times BOOL \rightarrow A^*$

vars:  $x, y: A, v: A^*, b: BOOL$

eqns:  $qsort(\lambda) = \lambda$   
 $qsort(xv) = qsort(filter(x, v, T)) x qsort(filter(x, v, F))$   
 $filter(x, \lambda, b) = \lambda$   
 $filter(x, yv, b) = if (y \leq x) = b then y filter(x, v, b) else filter(x, v, b)$

Weise nach, dass folgende Gleichungen bzw. Ungleichungen gelten:

- (a)  $length(filter(x, w, T)) + length(filter(x, w, F)) = length(w)$  für alle  $x \in A$  und  $w \in A^*$ , und (10%)  
 (b)  $T^{qsort}(n) \leq 4n^2 + 1$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ . Dabei kann vorausgesetzt werden, dass  $T^{filter}(n) = n + 1$  für alle  $n \in \mathbb{N}$ . (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 29.05 – 04.06.07 in den Tutorien abzugeben.