

Theoretische Informatik 2

2. Übungsblatt

1. Betrachte folgende Spezifikation für $A = \{0, 1\}$:

ex&mir

opns: $ex, mirex: A^* \rightarrow A^*$

$mir: A^* \times A^* \rightarrow A^*$

vars: $u, v, w \in A^*$

eqns: $ex(\lambda) = \lambda$ $mir(\lambda, v) = v$

$ex(0u) = 1ex(u)$ $mir(0u, v) = 0mir(u, 0v)$

$ex(1u) = 0ex(u)$ $mir(1u, v) = 1mir(u, 1v)$

$mirex(w) = mir(ex(w), \lambda)$

- (a) Beweise $length(ex(w)) = length(w)$ für alle $w \in A^*$. (10%)
- (b) Gib $T^{mir}(n, m)$ als arithmetischen Ausdruck an, und beweise deine Behauptung. (15%)
- (c) Gib $T^{mirex}(n)$ als arithmetischen Ausdruck an, und beweise deine Behauptung. (15%)
- (d) Suche für $mirex$ eine Spezifikation, die etwa doppelt so schnell ist. (10%)

2. Die Operation *shuffle* sei durch folgende Spezifikation gegeben:

shuffle

opns: $shuffle: A^* \times A^* \rightarrow A^*$

vars: $x, y \in A, u, v \in A^*$

eqns: $shuffle(\lambda, v) = v$

$shuffle(u, \lambda) = u$

$shuffle(xu, yv) = xy shuffle(u, v)$

Gib $T^{shuffle}(m, n)$ als arithmetischen Ausdruck an, und beweise deine Behauptung. (20%)

3. Betrachte die folgende Spezifikation des Sortierens mittels Quicksort:

quicksort

opns: $qsort: A^* \rightarrow A^*$, $filter: A \times A^* \times BOOL \rightarrow A^*$

vars: $x, y : A$, $v : A^*$, $b : BOOL$

eqns: $qsort(\lambda) = \lambda$

$qsort(xv) = qsort(filter(x, v, T)) x qsort(filter(x, v, F))$

$filter(x, \lambda, b) = \lambda$

$filter(x, yv, b) = if (y \leq x) = b then y filter(x, v, b) else filter(x, v, b)$

Weise nach, dass folgende Gleichungen bzw. Ungleichungen gelten:

(a) $length(filter(x, w, T)) + length(filter(x, w, F)) = length(w)$ für alle $x \in A$
und $w \in A^*$, und (10%)

(b) $T^{qsort}(n) \leq 4n^2 + 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Dabei kann vorausgesetzt werden, dass
 $T^{filter}(n) = n + 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$. (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 29.05 – 04.06.07
in den Tutorien abzugeben.