Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3001, 3005
Tel.: 2956, 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: {kreo,kuske}@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

26. April 2004
Aufgaben 1

Theoretische Informatik 2

1. Übungsblatt

1. Weise mit Hilfe des Induktionsprinzips für Wörter nach, dass

$$\mathit{prefix}(v, vw) = T \text{ für alle } v, w \in A^*,$$

wobei die Operation *prefix* wie folgt spezifiziert ist.

prefix
opns: $\mathit{prefix}\colon A^* \times A^* \to BOOL$
vars: $x, y \in A,\ u, v \in A^*$
eqns: $\mathit{prefix}(\lambda, v) = T$
$\mathit{prefix}(xu, \lambda) = F$
$\mathit{prefix}(xu, yv) = (x \equiv y) \wedge \mathit{prefix}(u, v)$

(10%)

2. Zeige

$$\mathit{prefix}(v, u) = T \text{ impliziert } u = vw \text{ für ein geeignetes } w \in A^*.$$

(10%)

3. Werte $\mathit{prefix}(abc, abcde)$, $\mathit{prefix}(abc, ab)$ und $\mathit{prefix}(abc, abde)$ aus. (10%)

4. (a) Spezifiziere in CE-S die Funktion $\mathit{replace}\colon A \times A^* \times A^* \to A^*$, so dass für alle $x \in A$, $u, v \in A^*$ $\mathit{replace}(x, u, v)$ jedes Vorkommen von x in v durch u ersetzt. Zum Beispiel ergibt $\mathit{replace}(a, bc, caba)$ das Wort *cbcbbc*. Die Spezifikation soll rekursiv über den Aufbau von v definiert werden. (10%)

   (b) Zeige, dass

$$\mathit{length}(\mathit{replace}(x, u, v)) = \mathit{length}(v) + \mathit{count}(x, v) * (\mathit{length}(u) - 1)$$

   für alle $x \in A$, $u, v \in A^*$. (20%)

5. Der Test $\mathit{palindrom}\colon A^* \to BOOL$, der feststellt, ob das Argumentwort ein Palindrom ist, ob das Wort also vor- wie rückwärts gelesen dasselbe ist (wie z.B. OTTO, ANNA, bädöfügüfödäb usw.) kann in CE-S wie folgt spezifiziert werden.

palindrom

opns: $palindrom\colon A^* \to BOOL$
vars: $u \in A^*$
eqns: $palindrom(u) = u \equiv trans(u)$

Dabei wird die Transposition *trans* verwendet, die jede Zeichenkette umdreht, d.h. aus $x_1 \cdots x_n$ wird $x_n \cdots x_1$.

trans

opns: $trans\colon A^* \to A^*$
vars: $x \in A$, $u \in A^*$
eqns: $trans(\lambda) = \lambda$
$trans(xu) = trans(u)x$

Mit Hilfe des Induktionsprinzips für Wörter können folgende Eigenschaften nachgewiesen werden, die im folgenden als bekannt vorausgesetzt werden:

(i) $trans(vw) = trans(w)trans(v)$ für alle $v, w \in A^*$;

(ii) $trans(trans(w)) = w$ für alle $w \in A^*$.

Weise die beiden folgenden Eigenschaften ohne Induktion unter Verwendung bekannter Eigenschaften nach.

(a) $palindrom(w\, trans(w)) = T$ für alle $w \in A^*$; (10%)

(b) $palindrom(wx\, trans(w)) = T$ für alle $w \in A^*$, $x \in A$. (10%)

6. Weise nach, dass für die im Abschnitt 3.2 des Skripts definierte Funktion *diff* und ein endliches nicht leeres Alphabet A folgendes gilt:

Für alle $w \in A^*$ ist $\sum_{x,y \in A} diff(x, y, w) = 0$. (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 10.5.2004 in den Tutorien abzugeben.