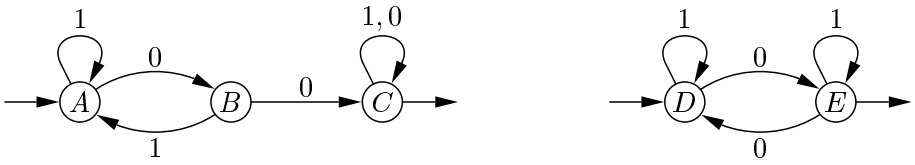
Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Sabine Kuske
Studiengang Informatik
MZH 3260, 3180 Tel.: 2956, 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
email:{kreo,kuske}@informatik.uni-bremen.de

November 1999
Aufgaben 3

Theoretische Informatik II

3. Übungsblatt

1. Betrachte die endlichen Automaten $A_1 = (\{A, B, C\}, \{0, 1\}, d_1, A, \{C\})$ und $A_2 = (\{D, E\}, \{0, 1\}, d_2, D, \{E\})$, dargestellt durch folgende Zustandsgraphen:



   Konstruiere endliche Automaten $A_\cup$, $A_.$, und A_*, so daß

   - $L(A_\cup) = L(A_1) \cup L(A_2)$
   - $L(A_.) = L(A_1) \cdot L(A_2) = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L(A_1), w_2 \in L(A_2)\}$
   - $L(A_*) = L(A_1)^* = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} L(A_1)^i$ mit $L(A_1)^0 = \{\lambda\}$ und $L(A_1)^{i+1} = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L(A_1)^i, w_2 \in L(A_1)\}$

   (30%)

2. Betrachte die Grammatik $G_1 = (\{S, X\}, \{0, 1\}, P_1, S)$ mit den Produktionen $S ::= 0S \mid 1S \mid 00X$, $X ::= 0X \mid 1X \mid \lambda$ und beweise für A_1 aus Aufgabe 1:

   (a) $L(G_1) \subseteq L(A_1)$, (20%)

   (b) $L(A_1) \subseteq L(G_1)$. (20%)

3. Für ein Alphabet I und zwei deterministische endliche Automaten $A_1 = (Z_1, I, d_1, s_1, F_1)$ und $A_2 = (Z_2, I, d_2, s_2, F_2)$ ist $A = (Z_1 \times Z_2, I, d, (s_1, s_2), F_1 \times F_2)$ der *Produktautomat* von A_1 und A_2, wobei die Zustandsüberführung d für alle z_1 aus Z_1, z_2 aus Z_2 und a aus I definiert ist durch $d((z_1, z_2), a) = (d_1(z_1, a), d_2(z_2, a))$. Der Automat A erkennt genau alle Wörter, die sowohl von A_1 als auch von A_2 erkannt werden, d.h. $L(A) = L(A_1) \cap L(A_2)$.

   (a) Konstruiere den Produktautomaten von A_1 und A_2 aus Aufgabe 1 in Form eines Zustandsgraphen. (10%)

   (b) Zeige durch vollständige Induktion über die Länge der Wörter, daß für alle $w \in I^*$

   $$d^*((s_1, s_2), w) = (d_1^*(s_1, w), d_2^*(s_2, w))$$

   gilt. Beachte, daß aus dieser Beobachtung $L(A_1) \cap L(A_2) = L(A)$ folgt. (20%)

4. Zeige mit Hilfe des Pumping–Lemmas, daß die Sprache $L_{trans} = \{w\$trans(w) \mid w \in \{a, b\}^*\}$ von keinem endlichen Automaten erkannt wird. (30%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens am 16.12.99 abzugeben.