

Theoretische Informatik I

1. Übungsblatt

Betrachte die Operationen $get: A^* \times \mathbb{N} \rightarrow A^*$, $cut: A^* \times \mathbb{N} \rightarrow A^*$ und $rem: A \times A^* \rightarrow A^*$, die für alle $x \in A$, $w \in A^*$ und $n \in \mathbb{N}$ wie folgt definiert sind:

$$\begin{aligned} get(\lambda, n) &= \lambda \\ get(w, 0) &= \lambda \\ get(xw, n+1) &= xget(w, n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} cut(\lambda, n) &= \lambda \\ cut(w, 0) &= w \\ cut(xw, n+1) &= cut(w, n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} rem(x, \lambda) &= \lambda \\ rem(x, yw) &= \text{if } x \equiv y \text{ then } rem(x, w) \text{ else } yrem(x, w) \end{aligned}$$

1. (a) Was machen die Operationen get , cut und rem ? (10%)
(b) Berechne $get(eingabe, 3)$, $cut(eingabe, 3)$ und $rem(n, nein)$. Dabei wird $\{a, b, e, g, i, n\} \subseteq A$ vorausgesetzt. (10%)
2. Zeige vier der folgenden Eigenschaften mittels vollständiger Induktion über den Aufbau von Wörtern.
 - (a) $get(w, n)cut(w, n) = w$ für alle $w \in A^*$, $n \in \mathbb{N}$. (20%)
 - (b) $length(get(w, n)) = \min(length(w), n)$ für alle $w \in A^*$, $n \in \mathbb{N}$. Dabei gilt für alle $k, l \in \mathbb{N}$, dass $\min(k, l) = k$, falls $k \leq l$ und $\min(k, l) = l$ sonst. (20%)
 - (c) $length(cut(w, n)) = length(w) \dot{-} n$ für alle $w \in A^*$, $n \in \mathbb{N}$. Dabei gilt für alle $k, l \in \mathbb{N}$, dass $k \dot{-} l = k - l$, falls $k \geq l$ und $k \dot{-} l = 0$ sonst. (20%)
 - (d) $count(x, rem(x, w)) = 0$ für alle $x \in A$, $w \in A^*$. (20%)
 - (e) $rem(x, uv) = rem(x, u)rem(x, v)$ für alle $x \in A$, $u, v \in A^*$. (20%)
 - (f) $length(rem(x, w)) + count(x, w) = length(w)$ für alle $x \in A$, $w \in A^*$. (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 07.11.2005 in den Tutorien abzugeben.