Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3001, 3005
Tel.: 2956, 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: {kreo,kuske}@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

03. Januar 2005
Aufgaben 5

Theoretische Informatik I

5. Übungsblatt

1. Sei $G = (N, T, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Sei weiterhin $M(G)_k$ mit $k \geq 1$ und $k \in \mathbb{N}$ wie folgt definiert:

   $$\begin{aligned} M(G)_1 &= \{A \in N \mid (A ::= u) \in P, u \in T^*\} \\ M(G)_{k+1} &= M(G)_k \cup \{A \in N \mid (A ::= u) \in P, u \in (T \cup M(G)_k)^*\} \end{aligned}$$

   Zeige die folgenden Behauptungen:

   (a) $A \in M(G)_k$ impliziert $A \xrightarrow[P]{*} w$ mit $w \in T^*$ für alle $k \geq 1$. 15%

   (b) $A \xrightarrow[P]{k} w$ mit $w \in T^*$ impliziert $A \in M(G)_k$ für alle $k \geq 1$. (Hinweis: Beweise die Behauptung mit vollständiger Induktion über k. Teile dabei die Ableitung im Induktionsschluss in einen ersten Schritt und eine Ableitung der Länge k, d.h. $A \xrightarrow[P]{k+1} w$ entspricht $A \xrightarrow[P]{1} u \xrightarrow[P]{k} w$. Benutze das Kontextfreiheitslemma und beachte auch, dass aus der Definition von $M(G)_k$ folgt, dass $M(G)_i \subseteq M(G)_k$ für alle $i \in \mathbb{N}$ mit $1 \leq i \leq k$.) 15%

   (c) Es existiert ein $m \in \mathbb{N}$ mit $M(G)_m = M(G)_{m+1}$. 5%

   (d) $M(G)_{m+1} = M(G)_m$ impliziert $M(G)_{m+j} = M(G)_m$ für alle $m \geq 1, j \in \mathbb{N}$. 10%

   Beachte, dass mit diesen vier Behauptungen die Konstruktion von $M(G)_m$ ein Algorithmus ist, der alle nichtterminalen Zeichen liefert, aus denen ein terminales Wort ableitbar ist.

2. Konstruiere Kellerautomaten für die folgenden beiden Sprachen.

   (a) $\{a^i b^j c^k \mid i + k = j\}$. Gib eine Konfigurationsfolge für das Wort $a^2b^4c^2$ an. 15%

   (b) $\{w \in \{a, b\}^* \mid count(a, w) = count(b, w)\}$. Gib Konfigurationsfolgen für die Wörter *abba* und *babba* an. 20%

3. Zeige mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass die Sprache

   $$L = \{a^m b^n c^m d^n \mid m, n, \in \mathbb{N}\}$$

   nicht kontextfrei ist. 20%

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 17.01.2005 in den Tutorien abzugeben.