Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski, Dr. Sabine Kuske
Studiengang Informatik
Linzer Str. 9a
OAS 3001, 3005
Tel.: 2956, 2335, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail: {kreo,kuske}@informatik.uni-bremen.de
www.informatik.uni-bremen.de/theorie

16. Januar 2004
Aufgaben 5

Theoretische Informatik I

5. Übungsblatt

1. Für eine kontextfreie Grammatik $G = (N, T, P, S)$ sollen alle nichtterminalen Zeichen berechnet werden, aus denen sich terminale Wörter ableiten lassen. Gesucht ist also $tN = \{A \in N \mid A \xrightarrow[P]{*} w \text{ für ein } w \in T^*\}$.
   Dazu wird folgende Iteration verwendet:

   - $tN_0 = \emptyset$,
   - $tN_{i+1} = tN_i \cup \{A \in N \mid (A ::= u) \in P \text{ für ein } u \in (tN_i \cup T)^*\}$.

   Die Iteration wird bis zum ersten m mit $tN_m = tN_{m+1}$ fortgesetzt. Eine derartige Zahl existiert, weil nach Konstruktion für alle $i \in I\!N$ $tN_i \subseteq tN_{i+1} \subseteq N$ gilt. Da aber N endlich ist, kann die erste Inklusion nur endlich viele Male echt sein.

   Es soll nun folgendendes jeweils mit vollständiger Induktion bewiesen werden:

   (a) $tN_m = tN_{m+k}$ für alle $k \in I\!N$ (10%)

   (b) $tN_i \subseteq tN$ für alle $i \in I\!N$ (10%)

   (c) $A \xrightarrow[P]{j} u, u \in T^*$ impliziert $A \in tN_j$ (10%)

   Beachte, dass damit $tN = tN_m$ gezeigt ist, denn nach (b) gilt $tN_m \subseteq tN$ und nach (c) zusammen mit (a) $tN \subseteq tN_m$.

2. (a) Konstruiere einen Kellerautomat, der die Sprache

$$\{w \in \{a,b\}^* \mid \mathit{count}(a,w) = 2 \cdot \mathit{count}(b,w)\}$$

erkennt. (20%)

(b) Gib für den Kellerautomat eine Konfigurationsfolge mit dem Eingabewort *babaaa* an. (10%)

3. (a) Konstruiere zu der Grammatik $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, \{S\})$ mit den Produktionen $S := A \mid B \mid \lambda$, $A := aSb$, $B := Sb$ den Kellerautomat $PDA(G)$ gemäß Kapitel 12 im Skript. Der Kellerautomat soll als Zustandsgraph dargestellt werden. (15%)

(b) Welche Sprache erzeugt G? (5%)

4. Zeige mit Hilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die Sprache

$$L = \{w\$w \mid w \in \{a,b\}^*\}$$

nicht kontextfrei ist. (20%)

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 2.2.2004 in den Tutorien abzugeben.