Dr. Frank Drewes
Studiengang Informatik
MZH 3270, Tel.: 4335
email: drewes@informatik.uni-bremen.de

28. Mai 1998
Übungsblatt 4

Theoretische Informatik 1

4. Übungsblatt

(Abgabe spätestens am 16.6.98)

Dieses Aufgabenblatt dient der Übung des Umgangs mit den Aufwandsklassen $O(f)$ für verschiedene Funktionen f. Da man üblicherweise nicht zwischen den Aufwandsfunktionen der gleichen Klasse unterscheiden will, ist es von Interesse, zu wissen, welche Funktionen in die gleiche Klasse fallen und welche nicht. Von den folgenden Aufgaben sind die unterstrichenen bitte als Übungsaufgaben zu lösen; die restlichen sollten zumindest teilweise in den Übungen besprochen werden, da diese Fragen mangels Zeit in der Vorlesung nicht näher behandelt werden.

Aufgabe 1 Zeige, daß $O(g) \subseteq O(f)$ gilt, falls $g \in O(f)$.

Aufgabe 2 Als Konsequenz aus (1) ist also $O(g) = O(f)$ genau dann, wenn sowohl $g \in O(f)$ als auch $f \in O(g)$ gilt. Warum?

Aufgabe 3 Weise $O(1) \subseteq O(ldn) \subseteq O(n) \subseteq O(nldn) \subseteq O(n^2) \subseteq O(2^n)$ nach.

Aufgabe 4 Alle Inklusionen in (3) sind echt. Weise dies nach für $O(ldn) \subseteq O(n)$. (25%)

Aufgabe 5 Sei $g \in O(f)$ und $h(n) = f(n) + g(n)$. Zeige, daß dann $O(h) = O(f)$ gilt. (Hinweis: Hier ist (2) gut zu gebrauchen.) (25%)

Aufgabe 6 Für alle $k, l \in \mathbb{N}$ gilt $n^k \in O(n^l)$ genau dann, wenn $k \leq l$. Also gilt $O(n^k) \subsetneqq O(n^l)$ genau dann, wenn $k < l$ (unter Benutzung von (2)).

Aufgabe 7 Wann gilt demnach $O(p) = O(q)$ für Polynome p und q? Warum? (Hinweis: Benutze dazu neben (6) auch (5).) (25%)

Aufgabe 8 Alternativ zu beantworten: Wie verhalten sich die Klassen

1. $O(n!)$ und $O(2^n)$, bzw.
2. $O(n^n)$ und $O(n!)$

zueinander (d.h., ist eine von beiden echt in der anderen enthalten, sind beide gleich, weder noch)? Weise die Korrektheit der Antwort nach. (25%)

Aufgabe 9 Gilt für alle f, g entweder $g \in O(f)$ oder $f \in O(g)$?