Dr. Renate Klempien-Hinrichs
Studiengang Informatik
MZH 3180, Tel.: 2335
E-Mail: rena@informatik.uni-bremen.de

7. Mai 2002
Aufgaben 2

Formale Sprachen

2. Arbeitsbogen (Kontextfreie Sprachen)

1. Sei $n \geq 1$. Das *Klammeralphabet* der Ordnung n ist die Menge

$$\Sigma[n] = \{[_1, \ldots, [_n,]_1, \ldots,]_n\}.$$

Die Sprache der *Klammergebirge* der Ordnung n ist $KG[n] = L(G_n)$ für die kontextfreie Grammatik $G_n = (\{S\}, \Sigma[n], P, S)$ mit den Regeln

$$P = \{S ::= SS \mid \lambda \mid [_1 S]_1 \mid \cdots \mid [_n S]_n\}.$$

$KG[n]$ wird auch *Klammersprache* oder *Dycksprache* der Ordnung n genannt.

Weise die folgenden Eigenschaften von Klammersprachen nach.

   (a) Wenn $u, v \in KG[n]$ sind, dann ist auch $uv \in KG[n]$.
   (b) Wenn $u \in KG[n]$ ist, dann ist auch $[_i u]_i \in KG[n]$ für alle i mit $1 \leq i \leq n$.
   (c) Wenn $[_i]_i u \in KG[n]$ ist für ein i mit $1 \leq i \leq n$, dann ist auch $u \in KG[n]$.
   (d) Für jedes Wort $w \in KG[n] \setminus \{\lambda\}$ gibt es $u, v \in KG[n]$, so dass $w = [_i u]_i v$ für ein i mit $1 \leq i \leq n$ gilt.

2. Beweise die folgenden Behauptungen.

   (a) $L_0 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N},\ \min\{i, j\} = k\}$ ist nicht kontextfrei.
   (b) $L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N},\ i \leq k\}$ ist kontextfrei.
   (c) $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N},\ \min\{i, j\} \leq k\}$ ist kontextfrei.

3. Welche der nicht regulären Sprachen vom 1. Arbeitsbogen sind kontextfrei, welche nicht? Warum?

4. Welche der in den Aufgaben 1–3 untersuchten kontextfreien Sprachen sind deterministisch kontextfrei, welche nicht? Begründe deine Behauptungen und gib für eine der deterministisch kontextfreien Sprachen einen deterministischen Kellerautomaten an, der sie erkennt, jedes Eingabewort vollständig abarbeitet und irgendwann danach hält.