

Formale Sprachen

1. Arbeitsbogen (Reguläre Sprachen)

1. Welche der folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ sind regulär, welche nicht? Gib für jede Sprache, die regulär ist, einen sie erkennenden deterministischen endlichen Automaten an. Wenn eine Sprache nicht regulär ist, beweise deine Behauptung.

- (a) $L_a = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommt mindestens zweimal } baa \text{ vor}\}$
- (b) $L_b = \{uavb \mid u, v \in \Sigma^*, |u| = |v|\}$
- (c) $L_c = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ ist zwischen je zwei aufeinander folgenden } a\text{'s eine gerade Anzahl } b\text{'s}\}$
- (d) $L_d = \{www \mid w \in \Sigma^*\}$
- (e) $L_e = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$
- (f) $L_f = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) = \#_b(w) \text{ und für jedes Präfix } v \text{ von } w \text{ ist } |\#_a(v) - \#_b(v)| \leq 2\}$
- (g) $L_g = \{w \in \Sigma^* \mid w = uv \text{ mit } |v| = n \text{ und } \#_a(v) = \#_b(v)\}$ für ein gerades $n \in \mathbb{N}$
- (h) $L_h = \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbb{N}, i = 0 \text{ oder } j = k^2 \text{ für ein } k \in \mathbb{N}\}$

2. Entwickle für jede der folgenden Fragen ein Verfahren, das sie bei Eingabe eines deterministischen endlichen Automaten $A = (Z, \Sigma, s_0, d, F)$ entscheidet.

- (a) $L(A) = \Sigma^*$?
- (b) $\mathcal{C}L(A) = \Sigma^*$?
- (c) $L(A)$ endlich?
- (d) $\mathcal{C}L(A)$ endlich?

3. Zeige:

Sei $k \in \mathbb{N}$. Jeder deterministische endliche Automat, der die Sprache

$$L_k = \{uav \mid u, v \in \{a, b\}^*, |av| = k\}$$

erkennt, hat mindestens 2^k Zustände.