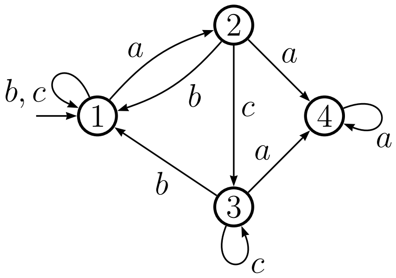
Automatentheorie und ihre Anwendungen

Übungsblatt 4

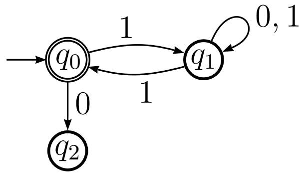
Abgabe am 16. 6. zu Beginn der Übung

1. (20 %) Gib eine der Sprachen aus Aufgabe 4 von Blatt 3 an, die *nicht* von einem *deterministischen* Büchi-Automaten erkannt wird, und begründe das. Gib je einen deterministischen Rabin- und Streett-Automaten an, der diese Sprache erkennt.

2. (20 %) Seien $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3, \mathcal{A}_4$ die Müller-Automaten, deren Zustände und Überführungen im Bild angegeben sind, und die folgende Akzeptanzbedingungen haben: $\mathcal{F}_1 = \{\{2,3\}\}$, $\mathcal{F}_2 = \{\{1\},\{1,4\}\}$, $\mathcal{F}_3 = \{\{3\},\{1,2\}\}$ und $\mathcal{F}_4 = \{\{1,2,3\}\}$. Gib die Sprachen $L_\omega(\mathcal{A}_1), L_\omega(\mathcal{A}_2), L_\omega(\mathcal{A}_3), L_\omega(\mathcal{A}_4)$ als ω-reguläre Sprachen an und begründe jeweils kurz.



3. (20 %) Wende die Konstruktion von Safra schrittweise auf den nebenstehenden Büchi-Automaten $\mathcal{A}$ an. Begründe kurz, dass der entstandene Rabin-Automat dieselbe Sprache wie $\mathcal{A}$ erkennt.



4. (20 %) Sei Σ ein Alphabet und seien $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$. Beweise oder widerlege:
   a) $(L_1 \cup L_2)^\omega \subseteq L_1^\omega \cup L_2^\omega$
   b) $(L_1 \cup L_2)^\omega \supseteq L_1^\omega \cup L_2^\omega$
   c) $\overrightarrow{L_1 \cup L_2} \subseteq \overrightarrow{L_1} \cup \overrightarrow{L_2}$

5. (20 %) Ein *Paritätsautomat* ist ein Tupel $(Q, \Sigma, \Delta, I, c)$ mit $c : Q \to \mathbb{N}$. Ein Run $r = q_0q_1q_2\ldots$ heißt erfolgreich, wenn $q_0 \in I$ und der Wert $\max\{c(q) \mid q \in \mathrm{Inf}(r)\}$ gerade ist.

   a) Gib an, wie man zu einem gegebenen Paritätsautomaten einen äquivalenten Muller-Automaten konstruieren kann. Begründe die Korrektheit Deiner Konstruktion.

      Hinweis: Erinnere Dich an den ersten Teil des Beweises von Satz 16.

Bitte wenden.

b) Ein Paritätsautomat heißt *deterministisch*, wenn er die Bedingungen von Definition 10 (DBA) erfüllt. Beweise, dass die Menge der ω-Sprachen, die von deterministischen Paritätsautomaten erkannt werden, unter Komplement abgeschlossen ist.

6. **Zusatzaufgabe** (20 %) Beweise, dass jede Müller-erkennbare Sprache eine Boolesche Kombination (Vereinigung, Schnitt, Komplement) von endlich vielen ω-Sprachen $\overrightarrow{W_i}$ ist, wobei jedes W_i eine reguläre Sprache ist.

   Hinweis: Erinnere Dich an die Ideen, die den Beweisen von Sätzen 9 und 11 zugrunde liegen.