AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

Cartesium 2.59
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

2. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik“

Aufgabe 1: 20%

Beweise die offenen Punkte von Lemma 2.8: für alle generellen TBoxen $\mathcal{T}$ und $\mathcal{ALC}$-Konzepte C, D gilt:

(a) C ist erfüllbar bzgl. $\mathcal{T}$ gdw. $\mathcal{T} \not\models C \equiv \bot$

(b) $\mathcal{T} \models C \equiv D$ gdw. $\mathcal{T} \models \top \sqsubseteq C \leftrightarrow D$

Use the definitions, luke!

Aufgabe 2: 30%

Für jedes der Interpretationspaare $\mathcal{I}_i, \mathcal{J}_i$ auf der gegenüberliegenden Seite bestimme ob es ein $\mathcal{ALC}$-Konzept C gibt mit $d \in C^{\mathcal{I}_i}$ und $e \notin C^{\mathcal{J}_i}$ oder umgekehrt. Wenn dies der Fall ist, gib das Konzept C explizit an. Wenn nicht, gib eine Bisimulation an, die zeigt, dass $(\mathcal{I}_i, d) \sim (\mathcal{J}_i, e)$.

Aufgabe 3: 30%

Beweise oder widerlege, dass für alle Interpretationen $\mathcal{I}$ und $\mathcal{J}$ gilt:

(a) wenn ρ_1 und ρ_2 Bisimulationen zwischen $\mathcal{I}$ und $\mathcal{J}$ sind, dann auch $\rho_1 \cup \rho_2$

(b) wenn ρ_1 und ρ_2 Bisimulationen zwischen $\mathcal{I}$ und $\mathcal{J}$ sind, dann auch $\rho_1 \cap \rho_2$

(c) wenn ρ_1 Bisimulation zwischen $\mathcal{I}$ und $\mathcal{J}$ ist und ρ_2 Bisimulation zwischen $\mathcal{J}$ und $\mathcal{K}$, dann ist $\rho_1 \circ \rho_2 = \{(d, e) \mid \exists f : d \; \rho \; f \text{ und } f \; \rho \; e\}$ Bisimulation zwischen $\mathcal{I}$ und $\mathcal{K}$.

Aufgabe 4: 20%

Beweise, dass die folgenden Formeln der Prädikatenlogik nicht in $\mathcal{ALC}$ ausdrückbar sind:

(a) $\exists y \exists z \, (r(x, y) \wedge r(x, z) \wedge r(y, z))$

(b) $\forall y \, (A(y) \rightarrow r(x, y) \,)$

Verwende Bisimulation und verfahre wie im Beweis von Theorem 3.3.

Aufgabe 5: 20% (Zusatzaufgabe)

Betrachte folgenden Algorithmus zum Berechnen einer Bisimulation zwischen gegebenen Interpretationen $\mathcal{I}$, $\mathcal{J}$:

- Starte mit der Relation $R = \{(d, e) \in \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{J}} \mid d \in A^{\mathcal{I}} \text{ gdw. } e \in A^{\mathcal{J}} \text{ für alle Konzeptnamen } A\}$.
- Wiederhole erschöpfend:
  - wenn $(d, e) \in R$, $(d, d') \in r^{\mathcal{I}}$ und es kein $(e, e') \in r^{\mathcal{J}}$ gibt mit $(d', e') \in R$, dann entferne (d, e) aus R
  - wenn $(d, e) \in R$, $(e, e') \in r^{\mathcal{J}}$ und es kein $(d, d') \in r^{\mathcal{I}}$ gibt mit $(d', e') \in R$, dann entferne (d, e) aus R.

Zeige folgendes:

(a) R ist eine Bisimulation;

(b) Für *jede* Bisimulation B zwischen $\mathcal{I}$ und $\mathcal{J}$ gilt $B \subseteq R$ (R ist die *größte Bisimulation* zwischen $\mathcal{I}$ und $\mathcal{J}$).