Prof. Carsten Lutz/Dr. Stefan Göller/Dr. Thomas Schneider SS 2011

Theoretische Informatik 2
Ungewertete Aufgaben, Blatt 7

Besprechung: KW 28

---

1. Eine Sprache L heiße *polynomialzeit-verifizierbar*, wenn es eine zweistellige Relation $R \subseteq \Omega^* \times \Omega^*$ und ein Polynom p gibt, so dass

- $x \in L$ genau dann, wenn es ein y gibt mit $(x, y) \in R$,
- Für alle $(x, y) \in R$ gilt $|y| \leqslant p(|x|)$, und
- $R \in \mathrm{P}$.

Intuitiv bedeutet das, dass R die Menge aller Paare (x, y) ist, für die y ein "Beweis" für $x \in L$ ist, und dass das Verifizieren eines Beweises y für $x \in L$ in Polynomialzeit bewerkstelligt werden kann.

Zeigen Sie, dass NP genau die Menge aller polynomialzeit-verifizierbaren Sprachen ist.

2. Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph, d.h. V ist eine Menge von *Knoten* und $E \subseteq \binom{V}{2} = \{\{u, v\} \mid u, v \in V, u \neq v\}$ ist eine Menge von *Kanten*. Eine Menge $U \subseteq V$ von Knoten heißt *Knotenüberdeckung*, wenn jede Kante aus E mindestens einen Endpunkt in U hat.

Zeigen Sie, dass das folgende Problem NP-hart ist.

$$\textsc{VertexCover} = \{\langle G, k\rangle \mid G \text{ enthält eine Knotenüberdeckung der Größe} \leqslant k\}$$

Reduzieren Sie dazu Clique auf VertexCover. Untersuchen Sie zuerst den Zusammenhang zwischen einer Clique im Graphen $G = (V, E)$ und einer Knotenüberdeckung im Komplementärgraphen $G^c = (V, \binom{V}{2} \setminus E)$.

3. Überlegen Sie sich Fragen zum Stoff, die relevant für Ihr Fachgespräch sind und die sie uns im letzten Tutorium stellen möchten.